

Comentarios básicos :

La noción de un vector fue introducida en la geometría de los cursos anteriores, y sirvió como modelo matemático también en las clases de física. Ahora la idea es estudiar las propiedades de los vectores y sus representaciones gráficas, y tomar las reglas de cálculo para estos vectores como base de referencia para una definición general de un espacio vectorial sobre \mathbb{R} . Se deben mostrar también espacios vectoriales no geométricos para explicar la importancia general de este concepto.

Este programa sigue la propuesta de Programa de Matemática “B” 6° Ingeniería Microexperiencia del año 2000. Los temas se reparten entre el 2° y 3° año del Ciclo Superior según la planificación del docente.

2° y 3° Año Ciclo Superior = 11. Año y 12. Año
(4 horas semanales)

I. Sistemas lineales, matrices y determinantes.

- 1) Discusión de la ecuación $ax = b$. Sistemas de ecuaciones. Sistemas escalerizados. Sistemas equivalentes. Teorema general de equivalencia. Método de escalerización.
- 2) Definición de matriz. Suma de matrices. Propiedades. Producto de una matriz por un número real. Propiedades. Producto de matrices. Propiedades.
- 3) Definición de determinante de una matriz 2×2 . Definición de menor complementario. Definición de adjunto. Definición por recurrencia del determinante de una matriz de $n \times n$. Regla de Sarrus. Propiedades de los determinantes. Cálculo de determinantes usando propiedades.
- 4) Existencia y unicidad de la matriz inversa. Método para hallarla. Teorema de Cramer. Aplicaciones. Sistemas homogéneos.

II. Vectores geométricos. Coordenadas de un vector.

- 1) Repaso de los conceptos : relación, relación de equivalentes, conjunto cociente.
- 2) Definición de vectores geométricos (clase de equivalentes entre parejas ordenadas de puntos). Suma de vectores. Producto de un vector por un número real. Combinación lineal. Definición de base. Producto escalar. Definición y propiedades.
- 3) Eje orientado. Medida de segmentos con signo. Par de ejes cartesianos. Punto medio de un segmento. Simétrico de un punto respecto a otro.
- 4) Coordenadas de un vector. Coordenadas del vector suma. Coordenadas de $\mathbf{I} \cdot \vec{v}$. Vectores colineales. Cálculo del producto escalar a partir de las coordenadas de los vectores.
- 5) Módulo de un vector. Ángulo entre vectores. Vectores perpendiculares. Distancia entre dos puntos.
- 6) Base de R^2 . Condición para que un conjunto de vectores sea base de R^2 . Traslación y rotación de ejes.

III. Ecuación de la recta. Inecuación de un semiplano. Haces de rectas.

- 1) Ecuaciones paramétricas de una recta. Rectas paralelas y rectas perpendiculares (para el caso de ecuación paramétricas).
- 2) Condición de alineación en 3 puntos. Ecuación general de la recta. Ecuación de la recta en forma explícita. Coeficiente angular.
- 3) Intersección de rectas (se puede desarrollar el tema para rectas dadas por su ecuación general, poner ejemplos de otros casos). Condición de paralelismo, condición de perpendicularidad (usando las ecuaciones generales y/o explícitas). Ángulo entre dos rectas.
- 4) Ecuación segmentaria de la recta. Ecuación normal de la recta. Normalización de la ecuación general. Distancia de un punto a una recta. Área de un triángulo.
- 5) Inecuación de un semiplano. Sistemas de inecuaciones.
- 6) Haces de rectas. Condición necesaria y suficiente para que 3 rectas formen haz. Ecuación de un haz de rectas. Propiedades de los haces.

IV. Circunferencia. Círculo. Haces de circunferencias. Lugares geométricos. Envolventes.

- 1) Ecuación de una circunferencia. Aplicaciones. Inecuación de un círculo. Sistemas de inecuaciones.
- 2) Intersección de recta y circunferencia. Tangente a una circunferencia por un punto de ella y desde un punto exterior. Polar de un punto respecto a una circunferencia. Propiedades.
- 3) Coordenadas polares. Ecuación de una recta y de una circunferencia en coordenadas polares. Potencia de un punto respecto a una circunferencia. Eje radical. Intersección de dos circunferencias.
- 4) Haces de circunferencias. Teoremas relativos. Puntos bases. Puntos límites. Circunferencias ortogonales. Ecuación del haz ortogonal. Estudio de dicho haz.
- 5) *Facultativo : Lugares geométricos. Métodos analíticos para determinación de la ecuación de un lugar. Método de los parámetros.*
- 6) *Facultativo : Familias de curvas dependientes de un parámetro cuadrático. Envolvente de dicha familia.*

V. **Parábola, elipse y hipérbola.**

- 1) Definición de una parábola. Construcción de puntos. Ecuación de una parábola de eje paralelo a $\vec{O}y$ (comentar los resultados para eje paralelo a $\vec{O}x$). Elementos a partir de la ecuación. Dar un ejemplo de parábola de eje inclinado.
- 2) Intersección de recta y parábola. Tangente a una parábola en un punto de ella. Ejercicios. Propiedades de la parábola.
- 3) Definición de elipse y de hipérbola. Construcción de puntos. Ecuación del elipse y de la hipérbola referidas a sus ejes. Asíntotas de una hipérbola. Propiedades. Tangente a una elipse (o a una hipérbola) por un punto de ella. Propiedades que se demuestran analíticamente.
- 4) Inecuaciones. Sistemas de inecuaciones.

VI. **Geometría analítica en el espacio.**

- 1) Coordenadas de un punto en el espacio. Coordenadas de un vector. Coordenadas del vector suma. Coordenadas de $\vec{I} \cdot \vec{v}$. Módulo de un vector.
- 2) Producto escalar. Producto vectorial. Propiedades. Aplicaciones.
- 3) Ecuaciones paramétricas de una recta. Ecuaciones paramétricas de un plano. Ecuación general de un plano.
- 4) Intersección de recta y plano. Intersección de planos. Perpendicular entre recta y plano, perpendicularidad entre planos. Distancia de un punto a un plano.
- 5) Ecuación de la superficie esférica. Ecuación del plano tangente en un punto de ella.

VII. **Espacios vectoriales.**

- 1) Definición de espacio vectorial. Propiedades relativas. Ejemplos : matrices, vectores geométricos, R^2 , R^3 , polinomios, etc.
- 2) Dependencia e independencia lineal de vectores. Base de un espacio vectorial. Dimensión de un espacio vectorial. Ejemplos.
- 3) Definición de subespacio. Ejemplos. Base de un subespacio. Dimensión. Ejemplos.
- 4) Espacios vectoriales con producto escalar. Desigualdad de Cauchy-Schwarz. Bases ortonormales.

VIII. **Facultativo : Transformaciones lineales en espacios de dimensión finita**

- 1) *Definición. Determinación. Ejemplos.*
- 2) *Matriz asociada. Cambio de base.*
- 3) *Composición de transformaciones lineales. Relación con el producto de matrices.*
- 4) *Núcleo. Imagen. Existencia de la transformación inversa. Determinante de una transformación lineal.*
- 5) *Vectores y valores propios.*